

¹Дмитренко О.О.,²Ланде Д.В.

АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ ВЗАЄМНОГО ВПЛИВУ ВЕРШИН У КОГНІТИВНИХ КАРТАХ

¹ Національний технічний університет України «КПІ імені Ігоря Сікорського»,² Інститут проблем реєстрації інформації НАН Україниdmytrenko.o@gmail.comdwlанде@gmail.com

Представлений алгоритм розрахунку взаємного впливу вершин у когнітивних картах. Показано, що він дає можливість подолати недоліки, які містить, наприклад, один з методів, що широко використовується в наш час, – імпульсний метод, а саме: використовуючи запропонований алгоритм, на відміну від використання імпульсного методу, завжди можна визначити результуюче значення не залежно від того, чи стійкий імпульсний процес, що відповідає зваженому орграфу. Також результат розрахунку значень, відповідно до запропонованого алгоритму, не залежить від початкового імпульсу, який надається одній із вершин, а початкові вагові значення, що приписані вершинам, навпаки, впливають на результат. На відміну від імпульсного методу, запропонований алгоритм розрахунку взаємного впливу вершин не порушує масштабної інваріантності, внаслідок збільшення елементів матриці суміжності, що відповідає когнітивній карті, в однакову кількість разів

Ключові слова: когнітивна карта, орієнтований граф, зважений орграф, матриця суміжності, матриця впливу, імпульсний метод, накопичувальний вплив

Вступ

Когнітивне моделювання є одним із нових напрямків сучасної теорії підтримки та прийняття рішень [1].

Когнітивна карта – це орієнтований граф, ребрам (а в деяких випадках і вузлам) якого можуть приписуватись певні вагові значення. Когнітивна карта, як і будь-який граф, описується матрицею суміжності W , елементами якої є w_{ij} – вагові значення ребер, що з'єднують відповідні вершини u_1, u_2, \dots, u_n . Вершинам когнітивної карти відповідають певні поняття (концепти), а ребрам (зв'язкам) – казуальні (причинно-наслідкові) зв'язки між відповідними концептами.

Введення ваг, що характеризують силу впливу, виявилось основним напрямком розвитку когнітивного підходу до аналізу ситуацій. Для аналізу добре структурованих ситуацій з кількісними параметрами використовуються вагові значення, а значення впливу за різними шляхами між двома вершинами підсумовуються.

Для аналізу нечітких когнітивних карт (НКК) найбільш відомим є підхід, запропонований Б.Коско [2-3], який також ввів поняття НКК (англ. FCM – fuzzy cognitive maps). Залежно від конкретного типу задач, що вирішуються, розглядаються різні модифікації НКК. Основою методів аналізу НКК є операції нечіткої математики [4].

В моделі Коско вплив розраховується наступним чином. Непрямий вплив I_p вершини i на вершину j через шлях P , що йде з i в j , визначається за формулою

$$I_p = \min_{(k,l) \in E(P)} w_{kl},$$

де $E(P)$ – множина ребер шляху P ; w_{kl} – вагове значення ребра (k,l) в шляху P , значення якого виражається в термінах лінгвістичних змінних.

Загальний вплив $T_{(i,j)}$ вершини i на вершину j визначається за формулою

$$T_{(i,j)} = \max_{P(i,j)} I_p,$$

де максимум береться по всім шляхам $P(i, j)$, які йдуть з вершини i в j . Як наслідок, I_p визначає найслабший зв'язок в шляху P , а $T_{(i,j)}$ – найбільш сильний із непрямих впливів I_p .

Також для аналізу нечітких когнітивних карт використовується метод експертних оцінок – Делфі (англ. Delphi Method). Так, наприклад, у роботі [5] метод Делфі використовується для визначення співвідношень між факторами, які впливають на процес планування, з метою побудови стратегічних інформаційних систем.

Імпульсний метод

Одним з методів кількісного аналізу когнітивних карт, що широко використовується в наш час, є імпульсний метод [6,7]. В цьому методі вважається, що кожна вершина u_i приймає значення $v_i(t)$ в дискретні моменти часу $t = 0, 1, 2, \dots$. Вагове значення ребра є додатним $w_{ij} > 0$, якщо збільшення вагового значення концепта-причини призводить до збільшення вагового значення концепта-наслідка, і $w_{ij} < 0$ – в протилежному випадку. Якщо зв'язок між вершинами i та j відсутній, то $w_{ij} = 0$.

Значення вершин в зваженому орграфі змінюються з часом відповідно до формули:

$$v_i(t+1) = v_i(t) + \sum_{j=1}^n w_{ji} p_j(t) \quad (1)$$

де n – кількість вершин у графі.

Зміна значення величини $p_j(t)$, що називається імпульсом, задається різницею

$$p_j(t) = v_j(t) - v_j(t-1) \text{ при } t = 1, 2, \dots$$

Також необхідно задати початкові умови при $t = 0$: $p_i(0)$ та $v_i(0)$.

Недоліки імпульсного методу

Основним і найвагомим недоліком імпульсного методу є розбіжність результатів у випадку нестійкого імпульсного орграфу. Якщо всі ненульові власні

значення зваженого орграфу, якому відповідає матриця суміжності W , різні і за абсолютною величиною не перевищують одиницю, то оргграф – імпульсно-стійкий для всіх простих імпульсних процесів. Інакше, оргграф – імпульсно-нестійкий для деякого простого імпульсного процесу [6]. Тобто знайдеться така вершина, якій передається початковий імпульс, що в деякій (можливо, іншій) вершині імпульс стане нескінченно великим. Це означає, що в імпульсному методі значення $v_i(t)$ при $t \rightarrow \infty$ визначити буде неможливо. Тому існують методи стабілізації нестійких орграфів [8].

Також у роботі [9] проведений критичний аналіз основних методів дослідження когнітивних карт і наведено ряд недоліків та протиріч, які виникають при застосуванні імпульсного методу:

- 1) розбіжність $v_i(t)$ при $t \rightarrow \infty$, якщо ряд в (1) розбіжний;
- 2) результат розрахунку – $v_i(t)$ залежить, відповідно до (1), від початкових значень $p_j(0)$;
- 3) початкове значення $v_i(0)$ не впливає на залежність $v_i(t)$ від t (входить у вираз для $v_i(t)$ як доданок);
- 4) порушення масштабної інваріантності при збільшенні елементів матриці W в η разів. В деяких випадках призводить до розбіжності ряду в (1).

Алгоритм розрахунку взаємного впливу вершин

В даній роботі запропоновано новий підхід для дослідження когнітивних карт – алгоритм розрахунку взаємного впливу вершин. Ідея алгоритму полягає у тому, що розглядаються попарно всі вершини зваженого орграфу і визначається значення z_{ij} впливу вершини u_i на u_j (де $i, j = 1, 2, \dots, n$). В результаті, буде отримана матриця впливу – Z , що буде складатись з елементів z_{ij} .

Для того, щоб визначити z_{ij} – загальний вплив вершини u_i на u_j , здійсню-

ється наступне:

1) будуються всі можливі прості шляхи з вершини u_i в u_j . Для цього використовується рекурсивний алгоритм, блок-схема якого представлена на рис. 1.

На вхід подається пара вершин (u_i, u_j) , де u_i – це вершина, вплив якої визначається (початкова вершина), а u_j – це вершина, що піддається впливу (кінцева вершина).

I. Здійснюється крок у напрямку, що протилежний до напрямку ребер, з кінцевої вершини u_j до початкової u_i . Вершина u_j додається до маршруту. Остання додана вершина є поточною.

II. “Перевірка 1” полягає в тому, що перевіряється, чи існує вершина, з якої напряму (довжина маршруту – 1) досяжна поточна вершина, але яка ще не включена в маршрут. Якщо існує, то здійснюється “Перевірка 2” (крок III).

Інакше, маршрут, що будується, – безвихідний, і остання додана вершина вилучається із маршруту.

III. На етапі “Перевірка 2” перевіряється, чи співпадає вершина, з якої напряму (довжина маршруту – 1) досяжна поточна вершина, з u_i – початковою вершиною шляху. Якщо ні, то вершина додається до маршруту, і подальший крок здійснюється з цієї вершини (вона стає поточною). Далі – перехід на крок II.

Інакше, якщо вершина, з якої напряму (довжина маршруту – 1) досяжна поточна вершина, співпадає з u_i – початком шуканого шляху, то вона включається в маршрут. Знайдений маршрут виводиться на екран у зворотному порядку. Далі остання додана вершина вилучається із маршруту та здійснюється перехід на крок II.

2) на кожному шляху розраховується вплив u_i на u_j , враховуючи знаки вагових значень, що приписані ребрам: вершині u_i надається одиничний імпульс,

який розповсюджується по ланцюгу від u_i до u_j відповідно до правил а) – d) [10]:

$$a) u_i \xrightarrow{+} u_k \xrightarrow{-} u_j$$

Якщо вершина u_i впливає позитивно на вершину u_k , а u_k впливає на u_j негативно, то вершина u_i підсилює негативний вплив вершини u_k на u_j . Отже, в результаті, вершина u_i негативно впливає на u_j .

$$b) u_i \xrightarrow{-} u_k \xrightarrow{-} u_j$$

Якщо вершина u_i послаблює негативний вплив вершини u_k на u_j , то в даному випадку вершина u_i позитивно впливає на u_j .

$$c) u_i \xrightarrow{+} u_k \xrightarrow{+} u_j$$

Тут вершина u_i позитивно впливає на u_j , підсилюючи позитивний вплив вершини u_k на u_j .

$$d) u_i \xrightarrow{-} u_k \xrightarrow{+} u_j$$

В даному випадку відбувається послаблення позитивного впливу вершини u_k на u_j за рахунок негативного впливу u_i на u_k . Як наслідок, вершина u_i здійснює негативний вплив на u_j .

Щоб визначити частковий вплив на кінцеву вершину u_j який накопичується від початкової вершини u_i на k -му простому шляху, необхідно розрахувати загальний вплив z_{ij}^k на вершину u_j , накопичений від всіх вершин q_t^k , що входять у k -й шлях (враховуючи правила а)–d)); потім – відняти від z_{ij}^k вплив на вершину u_j , який накопичується від всіх вершин q_t^k на цьому ж шляху без урахування початкової вершини $q_0 = u_i$, тобто – \tilde{z}_{ij}^k .

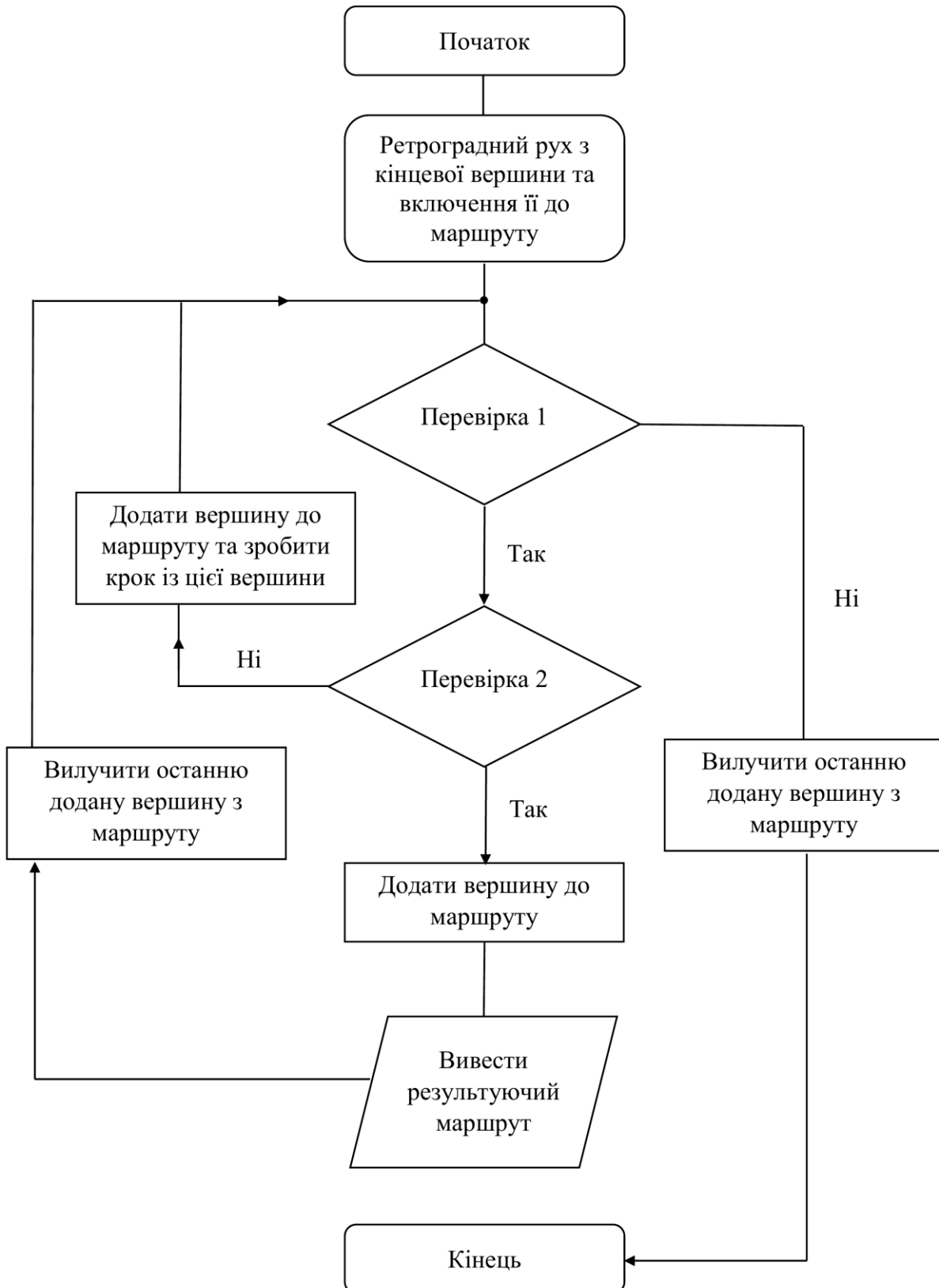


Рис. 1 Блок-схема алгоритму побудови всіх простих шляхів між двома вершинами

z_{ij}^k та \tilde{z}_{ij}^k розраховуються ітеративно відповідно до формул:

$$z_{ij}^k(t+1) = \left(1 + \text{sign}(z_{ij}^k(t)) * \alpha \left(\left| \frac{z_{ij}^k(t)}{\mu} \right| \right) \right) * w(q_t^k, q_{t+1}^k) \quad (2)$$

$$\tilde{z}_{ij}^k(r+1) = \left(1 + \text{sign}(\tilde{z}_{ij}^k(r)) * \alpha \left(\left| \frac{\tilde{z}_{ij}^k(r)}{\mu} \right| \right) \right) * w(q_r^k, q_{r+1}^k) \quad (3)$$

де q_t^k – послідовність вершин у k -му шляху ($q_0 = u_i, q_{m-1} = u_j$);

$t = 0, 1, \dots, m-2$, а $r = 1, \dots, m-2$ (m – кількість вершин, що входять до k -го шляху).

Необхідні початкові умови: $z_{ij}^k(0) = 0, \tilde{z}_{ij}^k(1) = 0$.

$$\mu = \max |w_{ij}|,$$

де $i = 0, 1, \dots, n, j = 0, 1, \dots, n$ (n – розмірність когнітивної карти).

Загальний вплив z_{ij} на вершину u_j , який накопичується від вершини u_i , – це сума по всіх простих шляхах (що сполучають u_i та u_j) всіх часткових впливів, розрахованих як різниця між (2) та (3)

$$z_{ij} = \sum_{k=1}^s (z_{ij}^k - \tilde{z}_{ij}^k)$$

де s – кількість простих шляхів із вершини u_i в u_j .

Якщо u_j недосяжна із вершини u_i , то $z_{ij} = 0$.

Процес нормування на величину μ на кожному кроці дає змогу уникнути великих значень коефіцієнта α й адекватно відобразити вплив попередньої вершини. Коефіцієнт $\alpha(x) = 1 - e^{-2x}, x \geq 0$ – це функція розподілу ймовірностей для показникового розподілу з параметром $\lambda = 2$.

Запропонований алгоритм має експоненційну обчислювальну складність $O(e^{2n})$, де n – кількість вершин когнітивної карти. Це означає, що при збільшенні кількості вершин когнітивної карти, кількість ітерацій буде збільшуватись експоненційно, що, в свою чергу, призведе до

збільшення часу, необхідного для виконання алгоритму. Суттєвий внесок в обчислювальну складність має процес побудови всіх простих шляхів між двома вершинами, оскільки в кожній із вершин постає питання вибору наступної точки, що ще не додана до маршруту.

Тож для того, щоб зменшити кількість ітераційних кроків (а отже, і зменшити основне навантаження на обчислювальну складність алгоритму), пропонується зробити нульовий крок, ідея якого:

- а) побудувати матрицю досяжності A для початкової матриці W ;
- б) кожен елемент w_{ij} початкової матриці W домножити на відповідний елемент a_{ij} матриці A .

Отримана нова розріджена матриця W дає змогу завчасно, ще до пошуку всіх існуючих простих шляхів між двома вершинами u_i та u_j (крок 1), визначити, чи досяжна взагалі вершина u_j з вершини u_i . Таким чином, якщо шляху з вершини u_i в u_j не існує (в розрідженій матриці $w_{ij} = 0$), то елемент z_{ij} матриці Z дорівнює нулю ($z_{ij} = 0$), що означає: вершина u_i не впливає на вершину u_j .

Переваги та приклади роботи алгоритму розрахунку взаємного впливу вершин

Однією із переваг запропонованого алгоритму, на відміну від імпульсного методу, є те, що для будь-якої скінченної кількості вершин n та при будь-яких значеннях w_{ij} зваженого орграфа, результат

$z_{i,j}$ роботи алгоритму обмежений за числовим значенням.

При $\forall x \geq 0$ коефіцієнт $\alpha(x)$, що характеризує накопичувальний вплив, – обмежений $0 \leq \alpha(x) < 1$. Тож, для будь-яких скінченних значень r та t , внаслідок того, що $0 < 1 \pm \alpha(x) < 2$, значення $z_{ij}^k(r)$ та $\tilde{z}_{ij}^k(t)$ в (2) та (3) будуть обмеженими: $0 < |z_{ij}^k(r)| < 2 * \mu$ та $0 < |\tilde{z}_{ij}^k(t)| < 2 * \mu$ відповідно. Тому різниця $z_{ij}^k - \tilde{z}_{ij}^k$, що характеризує величину впливу вершини u_i на вершину u_j для k -го шляху, буде теж величиною обмеженою: $-2 * \mu < z_{ij}^k - \tilde{z}_{ij}^k < 2 * \mu$. Внаслідок цього, сума $\sum_{k=1}^s (z_{ij}^k - \tilde{z}_{ij}^k)$ буде обмеженою

$$s = \left(1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{(n-3)!} + \frac{1}{(n-2)!} \right) * (n-2)! < e * (n-2)!$$

В даному випадку результат розрахунку – $z_{i,j}$ буде обмеженим:

$$-2 * \mu * e * (n-2)! < z_{i,j} < 2 * \mu * e * (n-2)!$$

На рис. 3 показано графік простого імпульсного процесу для матриці суміжності (4), що відповідає зваженому оргграфу зображеному на рис. 2.

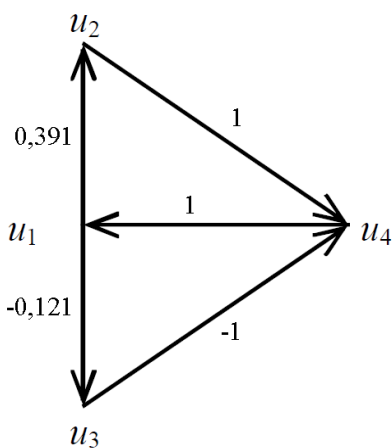


Рис. 2. Зважений оргграф

$$-2 * \mu * s < \sum_{k=1}^s (z_{ij}^k - \tilde{z}_{ij}^k) < 2 * \mu * s \quad \text{для}$$

$\forall s > 0$ (де s – кількість простих шляхів із вершини u_i в u_j). Так як s та μ – величини скінченні, то $\sum_{k=1}^s (z_{ij}^k - \tilde{z}_{ij}^k)$ – обмежена.

А це означає, що для будь-якої скінченної кількості вершин n , завдяки обмеженості, яка виникає внаслідок обмеженості коефіцієнта $\alpha(x)$, результат $z_{i,j}$ – існує й обмежений за числовим значенням.

Наприклад, для повнозв'язного графу розмірності n , кількість простих шляхів s із вершини u_i у вершину u_j становить:

$$W = \begin{pmatrix} 0 & 0,391 & -0,121 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Всі ненульові власні значення зваженого оргграфа, якому відповідає матриця суміжності (4), – різні $(0,8; 0,4(-1+i\sqrt{3}); 0,4(-1-i\sqrt{3}))$, і за абсолютною величиною не перевищують одиницю, тому оргграф, що відповідає (4) – імпульсно-стійкий для всіх простих імпульсних процесів. Серед власних значень також нема значення рівного одиниці, тому зважений оргграф, що відповідає (4) є абсолютно стійким для будь-якого простого імпульсного процесу. Наприклад, якщо надати одиничний імпульс вершині u_1 , то на 61-му ітераційному кроці імпульсний метод повністю збігається (рис. 3).

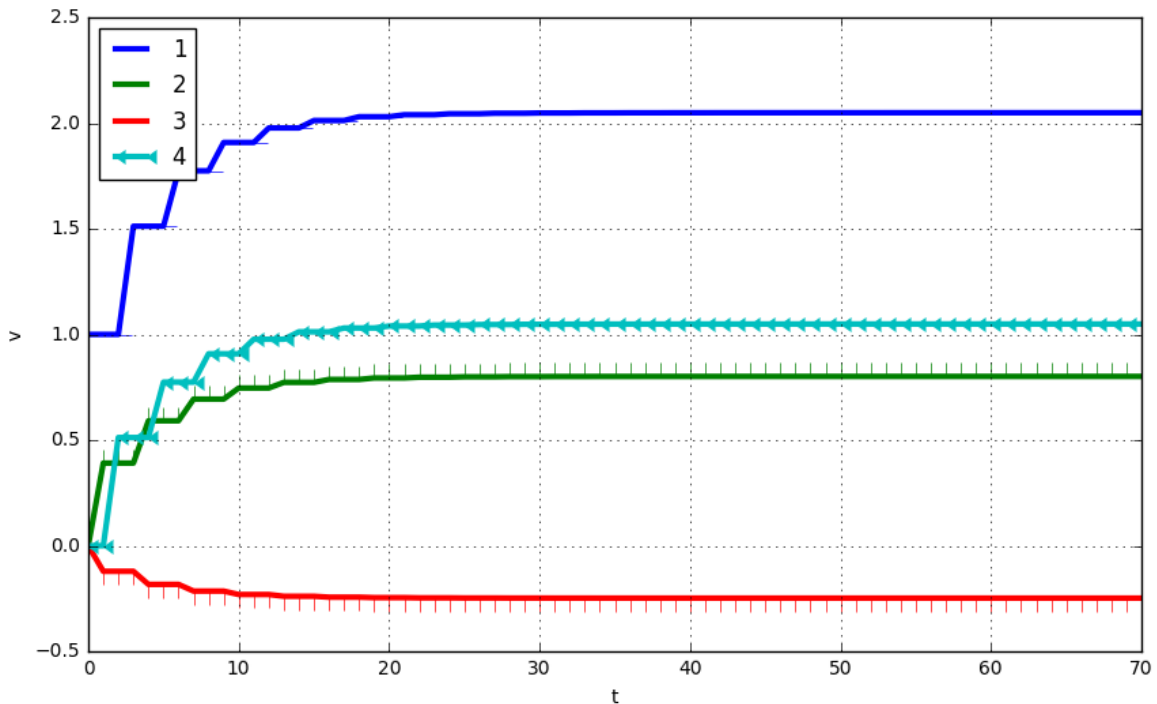


Рис. 3. Графік простого імпульсного процесу (вплив вершини u_1 , при наданні їй одиничного імпульсу)

Загальний вплив Inf_p кожної із вершин та їх ранжування для матриці (4) представлені у табл.1.

Таблиця 1.

| Вершина (№) | Inf_p |
|-------------|---------|
| 3 | 4,899 |
| 2 | 4,346 |
| 4 | 3,098 |
| 1 | 2,098 |

Отримана, внаслідок застосування алгоритму розрахунку взаємного впливу вершин, матриця впливу має вигляд

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & 0,391 & -0,121 & 0,757 \\ 0,865 & 0 & -0,013 & 1 \\ -0,865 & -0,245 & 0 & -1 \\ 1 & 0,338 & -0,105 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Загальний вплив Inf_{sm} кожної із вершин для матриці впливу (5) визначається за правилом:

$$Inf_{sm}^i = \sum_{j=1}^n |z_{ij}| \quad (6)$$

де n – кількість вершин.

Загальний вплив Inf_{sm} кожної із вершин та їх ранжування для матриці (5), відповідно до (6), представлені у табл. 2.

Таблиця 2.

| Вершина (№) | Inf_{sm} |
|-------------|------------|
| 3 | 2,11 |
| 2 | 1,878 |
| 4 | 1,443 |
| 1 | 1,269 |

З табл. 1 та табл. 2 видно, що ранжування вершин для імпульсного методу та алгоритму розрахунку взаємного впливу вершин зберігається.

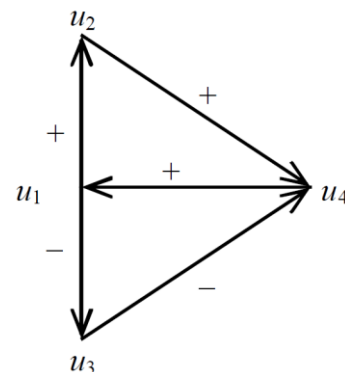


Рис. 4 Знаковий орграф для нестійкого імпульсного процесу

$$W = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

Для імпульсного процесу (рис. 4), якому відповідає матриця суміжності (7), всі ненульові власні значення за абсолютною величиною перевищують одиницю (1,26; 1,26; 1,26). Тому оргграф, що відповідає (7) – імпульсно-нестійкий для деякого простого імпульсного процесу. Іншими словами, знайдеться така вершина, якій передається початковий імпульс, що в деякій (можливо, іншій) вершині імпульс стане нескінченно великим. В даному випадку імпульсний метод є розбіжним, тобто значення $v(\infty)$ визначити неможливо. Тому застосовується алгоритм розрахунку взаємного впливу вершин.

Матриця впливу для (7) має вигляд

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 1,729 \\ 0,865 & 0 & -0,111 & 1 \\ -0,865 & -0,628 & 0 & -1 \\ 1 & 0,865 & -0,865 & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

Загальний вплив Inf_{sm} кожної із вершин та їх ранжування для матриці (8) представлені у табл. 3.

Таблиця 3

| Вершина (№) | Inf_{sm} |
|-------------|------------|
| 1 | 3,729 |
| 4 | 2,729 |
| 3 | 2,492 |
| 2 | 1,976 |

Для зваженого орграфу (рис. 5) матриця суміжності має вигляд

$$W = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ -3 & 9 & 0 & 5 \\ 2 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

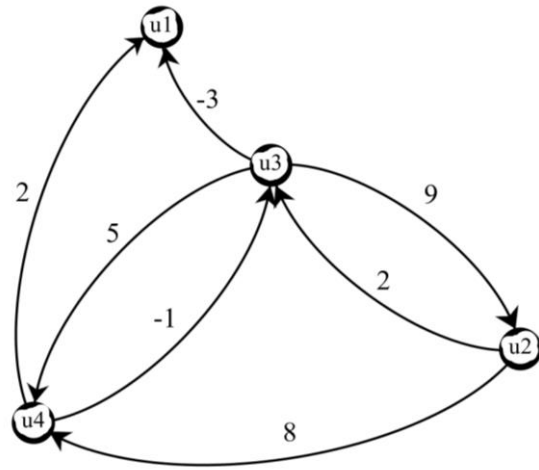


Рис. 5. Зважений оргграф

Всі ненульові власні значення зваженого орграфу, якому відповідає матриця суміжності (9), за абсолютною величиною рівні: 5,92; 3,48; 3,48. Тому оргграф, що відповідає (9) – імпульсно-нестійкий для деякого простого імпульсного процесу.

Матриця впливу для (9) має вигляд

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1,207 & 0 & 1,169 & 9,794 \\ -1,393 & 9 & 0 & 11,917 \\ 2,598 & -1,79 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

Загальний вплив Inf_{sm} кожної із вершин та їх ранжування для матриці (10) представлені у табл. 4.

Таблиця 4

| Вершина (№) | Inf_{sm} |
|-------------|------------|
| 3 | 2,31 |
| 2 | 12,17 |
| 4 | 5,39 |
| 1 | 0 |

У роботі [11] розглядається знаковий оргграф (рис. 6) побудований для аналізу проблеми видалення твердих відходів із міст (приклад взятий з “Maruyama M. The Second Cybernetics: Deviation-Amplifying Mutual Causal Processed. – Amer. Scientist. – 51. – 1963. – P. 164-179”).

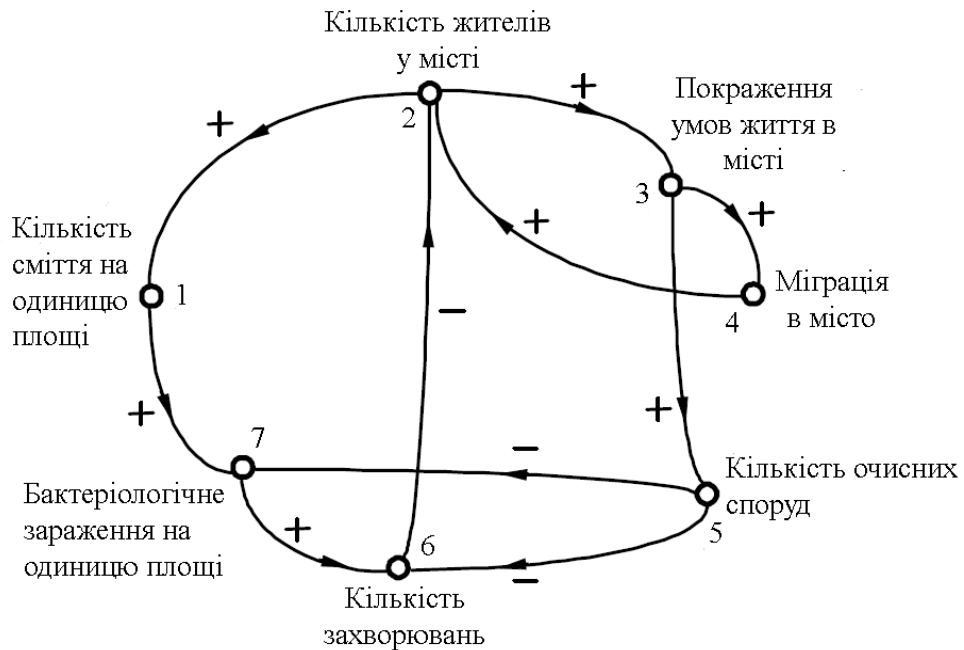


Рис. 6 Знаковий орграф аналізу проблеми видалення твердих відходів із міст

$$W = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

Для знакового орграфу, представленого на рис. 6, матриця суміжності має вигляд (11).

Орграф, що відповідає (11) – імпульсно-нестійкий для деякого простого імпульсного процесу, так як всі його ненульові власні значення за абсолютною величиною рівні: 1,19; 1,09; 1,09; 0,84; 0,84; 1,14e-16; 4,79e-16.

Матриця впливу для (11) має вигляд

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & -0,111 & -0,005 & -0,009 & -0,009 & 0,865 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0,865 & 0,865 & -0,005 & 0,753 \\ 0,34 & 1,166 & 0 & 1 & 1 & -0,975 & -0,791 \\ 0,865 & 1 & 0,865 & 0 & 0,111 & -0,0002 & 0,107 \\ 0,688 & 1,492 & 0,688 & 0,654 & 0 & -1,865 & -0,455 \\ -0,865 & -1 & -0,865 & -0,628 & -0,628 & 0 & -0,567 \\ -0,111 & -0,864 & -0,111 & -0,19 & -0,19 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

Загальний вплив Inf_{sm} кожної із вершин та їх ранжування для матриці (12) представлені у табл. 5.

На рис. 7 наведений приклад знакового орграфу когнітивної моделі споживання електроенергії (використані дані із “Roberts F.S. Signed Diagraphs and the Growing Demand for Energy, Environment and Planning. – 1971. – P. 395-410”).

Таблиця 5

| Вершина (№) | Inf_{sm} |
|-------------|------------|
| 5 | 5,841 |
| 3 | 5,274 |
| 6 | 4,552 |
| 2 | 4,487 |
| 4 | 2,947 |
| 7 | 2,468 |
| 1 | 1,999 |

Матриця суміжності для орграфу, представленого на рис. 7, має вигляд

$$W = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (13)$$

Орграф, що відповідає (13) – імпульсно-нестійкий для деякого простого імпульсного процесу, так як всі його ненульові власні значення за абсолютною величиною рівні: 1,429; 1,125; 1,125; 0,743; 0,743; 9,97. В цьому випадку застосовується представлений алгоритм розрахунку взаємного впливу вершин, так як за імпульсним методом результуюче значення визначити неможливо.

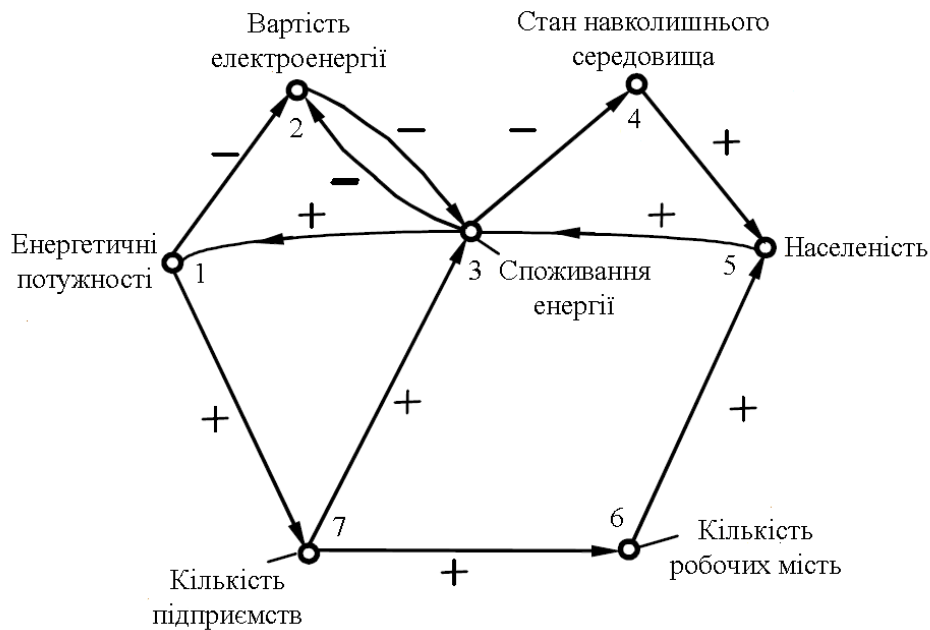


Рис. 7 Приклад знакового орграфу когнітивної моделі споживання електроенергії

Матриця впливу для (13) має вигляд

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & -1,112 & 1,734 & -0,739 & 0,439 & 0,865 & 1 \\ -0,865 & 0 & -1 & 0,865 & 0,625 & -0,06 & -0,628 \\ 1 & -1,865 & 0 & -1 & -0,86 & 0,111 & 0,865 \\ 0,111 & -0,116 & 0,865 & 0 & 1 & 0,0002 & 0,005 \\ 0,865 & -0,976 & 1 & -0,865 & 0 & 0,005 & 0,111 \\ 0,111 & -0,116 & 0,865 & -0,111 & 1 & 0 & 0,005 \\ 0,869 & -0,981 & 1,11 & -0,869 & 0,753 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

Загальний вплив Inf_{sm} кожної із вершин та їх ранжування для матриці (14) представлені у табл. 6.

Таблиця 6

| Вершина (№) | Inf_{sm} |
|-------------|------------|
| 1 | 5,888 |
| 3 | 5,7 |
| 7 | 5,585 |
| 2 | 4,042 |
| 5 | 3,821 |
| 6 | 2,208 |
| 4 | 2,097 |

Також перевагою алгоритму розрахунку взаємного впливу вершин є те, що внаслідок збільшення елементів матриці W в певну кількість разів, не змінюється ранжування вершин за ступенем їх впливу. Тобто алгоритм зберігає масштабну інваріантність при збільшенні елементів матриці W в η разів. Загальний вплив Inf_{sm}

кожної із вершин також збільшується пропорційно в η разів. Це слідує із того, що внаслідок нормування на μ , η входить у вирази (3) та (4) як множник.

Наприклад, у роботі [11] розглядається когнітивна карта взаємовпливу моделі санітарного стану (рис. 8).

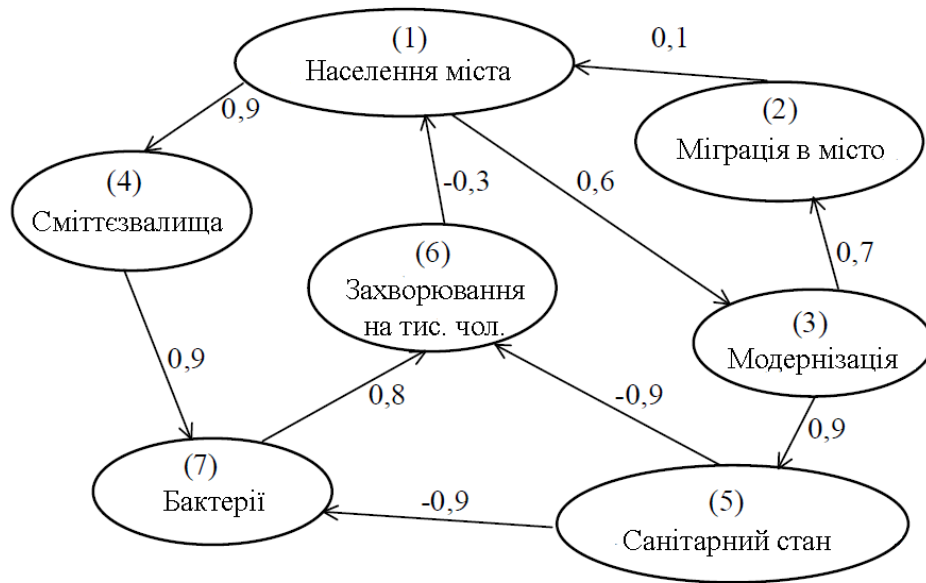


Рис. 8. Когнітивна карта взаємовпливу моделі санітарного стану

Для знакового ографу, представленого на рис. 8, матриця суміжності має вигляд

$$W = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0,6 & 0,9 & 0 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,7 & 0 & 0 & 0,9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,9 & -0,9 \\ -0,3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,8 & 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

Ограф, що відповідає (15) – імпульсно-стійкий для всіх простих імпульсних процесів. Його ненульові власні значення за абсолютною величиною рівні: 0,686; 0,686; 0,634; 0,625; 0,625; $9,22e-17$.

Відповідно до імпульсного методу загальний вплив Inf_p кожної із вершин та їх ранжування для матриці (15) представлені у табл.7.

Таблиця 7

| Вершина (№) | Inf_p |
|-------------|---------|
| 3 | 5,44 |
| 5 | 4,06 |
| 1 | 3,38 |
| 4 | 2,21 |
| 7 | 1,79 |
| 6 | 1,27 |
| 2 | 0,4 |

Матриця впливу для (15) має вигляд

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & 0,515 & 0,6 & 0,9 & 0,662 & -0,008 & 0,684 \\ 0,1 & 0 & 0,12 & 0,179 & 0,055 & -0,002 & 0,0368 \\ 0,164 & 0,7 & 0 & 0,228 & 0,9 & -0,867 & -0,74 \\ -0,04 & -0,016 & -0,015 & 0 & -0,021 & 0,926 & 0,9 \\ 0,445 & 0,232 & 0,33 & 0,495 & 0 & -1,59 & -0,722 \\ -0,3 & -0,169 & -0,292 & -0,438 & -0,217 & 0 & -0,183 \\ -0,249 & -0,119 & -0,131 & -0,197 & -0,15 & 0,8 & 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

Загальний вплив Inf_{sm} кожної із вершин та їх ранжування для матриці (16) представлені у табл. 8.

Таблиця 8

| Вершина (№) | Inf_{sm} |
|-------------|------------|
| 5 | 3,816 |
| 3 | 3,599 |
| 1 | 3,371 |
| 4 | 1,683 |
| 7 | 1,65 |
| 6 | 1,598 |
| 2 | 0,493 |

Ранжування вершин (табл. 8), внаслідок застосування алгоритму розрахунку взаємного впливу вершин, близьке за змістом до ранжування, яке дає імпульсний метод (табл. 7). Невідповідність ранжування викликана специфікою алгоритму розрахунку взаємного впливу вершин.

Внаслідок збільшення кожного елемента матриці суміжності W у η разів, у випадку застосування імпульсного методу, спостерігається порушення масштабної інваріантності, в той час, коли алгоритм розрахунку взаємного впливу вершин зберігає ранжування вершин, в порівнянні з ранжуванням для матриці W .

Наприклад, для матриці суміжності (17), отриманої внаслідок збільшення кожного елемента матриці суміжності (15) у 2 рази, ранжування вершин, в порівнянні з ранжуванням для матриці (15), не змінюється (табл. 9), в той час, коли імпульсний метод незастосовний у зв'язку з тим, що оргграф, що відповідає (17) – імпульсно-нестійкий для деякого простого імпульсного процесу (ненульові власні значення за абсолютною величиною рівні: 1,37 ; 1,37 ; 1,27 ; 1,25 ; 1,25 ; 1,84e-16).

$$W_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1,2 & 1,8 & 0 & 0 & 0 \\ 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,4 & 0 & 0 & 1,8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1,8 & -1,8 \\ -0,6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,6 & 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

Таблиця 9

| Вершина (№) | Inf_{sm} для W | Inf_{sm} для W_2 |
|-------------|--------------------|----------------------|
| 5 | 3,816 | 7,632 |
| 3 | 3,599 | 7,198 |
| 1 | 3,371 | 6,742 |
| 4 | 1,683 | 3,336 |
| 7 | 1,65 | 3,299 |
| 6 | 1,598 | 3,197 |
| 2 | 0,493 | 0,986 |

Результати застосування алгоритму розрахунку взаємного впливу вершин також свідчать про те, що загальний вплив Inf_{sm} кожної із вершин пропорційно збільшується в η разів при збільшенні кожного елемента матриці суміжності W у η

разів. Наприклад, для матриці суміжності (15), внаслідок збільшення її в 0,01; 0,1; 10 та 100 разів ($W_{0,01}, W_{0,1}, W_{10}$ та W_{100}), спостерігається відповідно пропорційне збільшення загального впливу Inf_{sm} для кожної із вершин (табл. 10).

Таблиця 10

| Вершина (№) | Inf_{sm} для W | Inf_{sm} для $W_{0,01}$ | Inf_{sm} для $W_{0,1}$ | Inf_{sm} для W_{10} | Inf_{sm} для W_{100} |
|-------------|--------------------|---------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|
| 5 | 3,816 | 0,038 | 0,382 | 38,161 | 381,612 |
| 3 | 3,599 | 0,036 | 0,36 | 35,99 | 359,903 |
| 1 | 3,371 | 0,034 | 0,337 | 33,71 | 337,1 |
| 4 | 1,683 | 0,017 | 0,168 | 16,831 | 168,308 |
| 7 | 1,65 | 0,0165 | 0,165 | 16,496 | 164,96 |
| 6 | 1,598 | 0,016 | 0,16 | 15,982 | 159,827 |
| 2 | 0,493 | 0,005 | 0,049 | 4,928 | 49,276 |

Висновок

Отже, запропонований в цій роботі алгоритм дозволяє подолати недоліки та протиріччя імпульсного методу. Наприклад, на відміну від імпульсного методу, для будь-якої скінченної кількості вершин та при будь-яких значеннях зваженого орграфа, результат $z_{i,j}$, внаслідок застосування алгоритму розрахунку взаємного впливу вершин, завжди можна визначити, й він буде обмежений за числовим значенням. Початкові значення $z_{ij}^k(0)$ та $\tilde{z}_{ij}^k(0)$ у алгоритмі впливають на залежність $z_{ij}^k(t)$ та $\tilde{z}_{ij}^k(t)$ від t (тому вважається, що $z_{ij}^k(0) = 0$ та $\tilde{z}_{ij}^k(1) = 0$). $z_{ij}^k(t)$ та $\tilde{z}_{ij}^k(t)$ не залежать, відповідно до (2) та (3), від початкових значень імпульсу.

Також, внаслідок збільшення елементів матриці W в η разів, не змінюється ранжування вершин за ступенем їх впливу, а загальна величина впливу Inf_{sm} кожної із вершин збільшується пропорційно в η разів.

Запропонований алгоритм розрахунку взаємного впливу вершин має і свій недолік, пов'язаний з необхідністю пошуку всіх можливих простих шляхів між кожною парою точок когнітивної карти. Алгоритм пошуку має експоненційну алгоритмічну складність $O(e^{2n})$. Проте використання розріджених матриць дає змогу застосовувати алгоритм для аналізу когнітивних карт великого розміру.

Список літератури

1. Axelrod R. The Structure of Decision: Cognitive Maps of Political Elites / Axelrod. – Princeton: Princeton University Press, 1976. – 404 p.
2. Kosko B. Fuzzy Cognitive Maps / Kosko. // International Journal of Man-Machine Studies. – 1986. – №24. – P. 65–75.
3. Kosko B., Fuzzy Thinking, Hyperion, 1993.
4. Carlsson C. Fuzzy reasoning in decision making and optimization / C. Carlsson, R. Fuller. – Physica, 2012.
5. Nalchigar, Soroosh; Nasserzadeh, S. M. R.; Akhgar, Babak. Simulating strategic information systems planning process using fuzzy cognitive map. International Journal of Business Information Systems, 2011, 8.3: 286-306.
6. Roberts F S. Discrete Mathematical Models with Applications to Social, Biological, and Environmental Problems / Fred Roberts. – New Jersey: Rutgers University, Prentice-Hall Inc., 1976.
7. Згуровский М. З. Принципы и методы управления импульсными процессами в когнитивных картах сложных систем. Часть 1 / М. З. Згуровский, В. Д. Романенко, Ю. Л. Милявский. // Проблемы управления и информатики. – 2016. – №2. – С. 21–29.
8. Zgurovsky M. Z. Advances in Dynamical Systems and Control. Springer International Publishing / M. Z. Zgurovsky, V. D. Romanenko, Y. L. Milyavsky. // Springer International Publishing. – 2016. – P. 363–374.
9. Снарский А. А. Критический анализ основных методов анализа когнитивных карт / А. А. Снарский, Д. В. Ландэ. // Реєстрація, зберігання і обробка даних: зб. наукових праць за матеріалами щорічної підсумкової наукової конференції 16-17 травня 2016 року Інституту проблем реєстрації інформації НАН України. – 2016. – С. 79–80.
10. Дмитренко О. О. Метод накопичувального впливу для аналізу когнитивних карт / О. О. Дмитренко, Д. В. Ланде. // Winter InfoCom 2017: Матеріали V Міжнародної науково-практичної конференції з інформаційних систем та технологій. – 2017. – С. 47–50.
11. Таран Т. А. Искусственный интеллект. Теория и приложения / Т. А. Таран, Д. А. Зубов. – Луганск: Восточноукраинский национальный ун-т им. Владимира Даля, 2006. – 242 с.

Статтю подано до редакції 30.11.2017