

А. О. Снарський, О. О. Дмитренко, Д. В. Ланде

Показник релаксації — нова характеристика вузлів складної мережі**1. Постановка проблеми**

На даний час поряд з традиційною теорією графів активно розвивається область дискретної математики, що має назву теорія складних мереж (від англ. Complex Networks) [1], яка вивчає характеристики мереж, враховуючи не тільки їхню топологію, але й статистичні явища, розподіл вагових значень окремих вузлів і ребер, ефекти протікання та провідності в таких мережах струму, рідини, інформації і т.д. Основною причиною виникнення розвитку цієї області є властивості реальних сучасних мереж, практично кожна з яких може вважатися складною.

Дослідження статистичних властивостей, які характеризують поведінку мереж, створення моделі мереж, прогнозування поведінки мереж при зміні структурних властивостей — актуальні завдання теорії складних мереж.

2. Мета роботи

Увести нову характеристику вузлів складної мережі — показник релаксації мережі та визначити її «фізичний зміст».

3. Обґрунтування отриманих результатів

У прикладних дослідженнях зазвичай застосовують типові для мережевого аналізу характеристики вузлів мережі, найважливішими серед яких на цей час вважають степінь вузла та показники, що відповідають двом алгоритмам HITS [2] та PageRank [3].

У даній роботі представлено дослідження ще однієї характеристики вузлів мережі — показника мережевої релаксації. Зміст запропонованої характеристики полягає в наступному. Після досягнення стійких значень вузлів, унаслідок застосування ітераційного алгоритму HITS або PageRank, певному вузлу надається збурення. Виникає питання: скільки алгоритмічних ітерацій потрібно здійснити, щоб система урівноважилася — тобто значення всіх вузлів мережі стали стійкими.

У даному дослідженні як збурення було взято величину, що рівна середньому значенню відповідного показника для всіх вузлів.

Для ітераційного алгоритму HITS формально це можна представити як

$$h(d_j) = h_{init}(d_j) + \sum_{i=1}^N h(d_i),$$

де N — кількість вузлів у мережі; $h(d_j)$ — загальна кількість вихідних посилань вузла d_j ; $h_{init}(d_j)$ — значення «авторитетності» вузла d_j як «посередника» перед збуренням.

Необхідно визначити ітерацію k , після якої значення вузлів стануть стійкими, тобто:

$$\text{для } \forall_j : |h_{k+1}(d_j) - h_k(d_j)| < \tau \text{ та } |a_{k+1}(d_j) - a_k(d_j)| < \tau,$$

де τ — задане порогове значення.

У випадку застосування ітераційного алгоритму PageRank:

$$PR(A) = PR_{init}(A) + \sum_{i=1}^N PR(T_i),$$

